№ 11. 1 Декабря 1886 г. I Сем.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

Выходитъ 3 раза въ мѣсяцъ, по 12 №№ въ учебный семестръ.

Адр. Ред.: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

Цѣна: 3 руб. въ учебный семестръ, или 6 руб. въ годъ.

Термогальваническіе элементы.

Въ исторіи изобрѣтеній приборовъ, служащихъ источниками электричества, постоянно замѣчается какое-то лихорадочное увлеченіе и торопливость, которыми сопровождается усовершенствованіе каждаго новаго типа; послѣ періода такой электротехнической горячки такъ-же быстро наступаетъ періодъ охлажденія, разочарованія и истощенія остроумія въ модномъ направленіи. Это обыкновенно служитъ признакомъ, что въ научной атмосферѣ носится уже зародышъ новаго источника электричества, который въ свою очередь проходитъ потомъ съ ужасающей быстротой всѣ фазы своего развитія, газетныхъ рекламъ, неудачныхъ примѣненій и затѣмъ, полузабытый и плохо изученный, сдается въ архивъ, чтобы уступить мѣсто свѣжей новинкѣ. Такъ, послѣ изобрѣтеній безчисленнаго множества гидроэлектрическихъ элементовъ съ одною и двумя жидкостями, настало время динамо-машинъ и крупныхъ денежныхъ затратъ; вслѣдъ затѣмъ наступилъ кратковременный періодъ увлеченія аккумуляторами, принципъ и значеніе которыхъ были ложно истолкованы, вслѣдствіе чего это прекрасное изобрѣтеніе нашего столѣтія до сихъ поръ не могло

еще занять соотвѣтствующаго ему мѣста [1]) въ ряду полезныхъ примѣненій физики. Теперь мы, повидимому, переживаемъ мало интересную фазу регресса: утомленная изобрѣтательность, дойдя до такихъ „Колоссовъ" какъ динамо-машина Бреша (22000 фунтовъ) и разочаровавшись аккумуляторами, вернулась къ прежнему типу первичныхъ гальваническихъ батарей. О нѣкоторыхъ изъ современныхъ новыхъ элементовъ были сообщены краткія свѣдѣнія въ прошломъ № 10 Вѣстника; каждое изъ этихъ quasi-изобрѣтеній вноситъ, конечно, кое-что новое въ физическую практику, но въ сущности вся эта новизна слишкомъ стара по основному принципу и поэтому наврядъ-ли можетъ имѣть научное значеніе.

Въ виду такой безплодности теперешняго направленія физиковъ-искателей дешеваго и удобнаго источника электричества, особенное вниманіе обращаетъ на себя недавнее изобрѣтеніе американца *Билліярда Е. Кэза*, открывающее по нашему мнѣнію новый путь экспериментальнымъ изысканіямъ. Коротенькое сообщеніе о самомъ приборѣ Кэза въ № 16—17 журнала „Электричество", заимствованное изъ „Organe Industriel", является пока слишкомъ недостаточнымъ матеріаломъ для окончательной оцѣнки новаго изобрѣтенія; притомъ къ американскимъ поразительностямъ Европа научилась относиситься съ осторожностью. Вслѣдствіе этого въ настоящей статьѣ мы хотимъ побесѣдовать съ читателями скорѣе о принципѣ, чѣмъ о самомъ приборѣ.

Всякому извѣстно на основаніи закона сохраненія энергіи, что электричество является лишь результатомъ особаго превращенія кинетической энергіи; машина, приспособленная къ такому превращенію, называется источникомъ электричества. Въ обыкновенномъ гальваническомъ элементѣ энергія химическаго сродства превращается (отчасти) въ энергію электрическую, въ электромагнитныхъ и динамо-электрическихъ машинахъ электрическая энергія получается благодаря затратѣ механической работы, въ термоэлектрическихъ батареяхъ—благодаря затратѣ тепла. Слѣдовательно вопросъ о *практичности* источника сводится къ рѣшенію вопроса о томъ, какая изъ затратъ для насъ въ данномъ случаѣ удобнѣе. Тамъ напр., гдѣ имѣется даровой источникъ механической работы, (положимъ въ видѣ паденія воды), очевидно, динамо-машина окажется наиболѣе выгоднымъ приборомъ для полученія тока. Въ общемъ случаѣ затрата тепла оказывается всегда выгоднѣе затраты всякой другой химической энергіи, во 1-хъ, пото-

---

[1]) Т. е. мѣста *резервныхъ* источниковъ электричества. См. отдѣльную брошюру: „Электрическіе Аккумуляторы".

му, что топливо вообще дешевле всякихъ другихъ матеріаловъ, способныхъ окисляться, и во 2-хъ еще и оттого, что при расходованіи химической энергіи этого топлива мы пользуемся обыкновенно даровымъ кислородомъ воздуха. Отсюда уже можно à priori заключить, что непосредственное преобразованіе теплоты въ электричество было-бы наиболѣе желательнымъ въ видахъ экономіи.

Но тотъ способъ подобнаго преобразованія, какой практиковался до настоящаго времени въ термоэлектрическихъ батареяхъ, слишкомъ безнадеженъ. При явленіяхъ термоэлектричества лишь очень ничтожная часть тепла превращается въ электрическую энергію. Лордъ Рэйли (Rayleigh), напр., доказалъ теоретически, что для термоэлектрической пары изъ нейзильбера и желѣза эта часть въ наилучшемъ случаѣ не больше $^1/_{300}$. Наконецъ, это прямо видно изъ результатовъ изслѣдованій проф. М. Авенаріуса, который, принявъ для зависимости электровозбудительной силы E при прикосновеніи двухъ металловъ отъ температуры t слѣдующій видъ функціи

$$E=a+bt+ct^2,$$

опредѣлилъ для той-же, напр., пары изъ нейзильбера и стали постоянные коэффиціенты: $a=14{,}49$, $b=-0{,}002189$, $c=0{,}00000092$. Такое преобладающее значеніе постояннаго члена этой функціи a по сравненію съ температурными коэффиціентами b и c, непосредственно доказываетъ, что при измѣненіи температуры электрическая разность металловъ мѣняется очень незначительно.—Неудивительно поэтому, что термоэлектрическія батареи болѣе пригодны какъ печки для нагрѣванія окружающаго ихъ престранства, нежели какъ источники электричества.

Гораздо болѣе выгоднымъ оказывается преобразованіе тепловой энергіи предварительно въ механическую работу, а затѣмъ этой послѣдней въ электричество. На этомъ основано примѣненіе динамо-машинъ, которыя обыкновенно приводятся въ дѣйствіе паровыми или газовыми двигателями, и хотя, конечно, при такомъ не непосредственномъ превращеніи тепла въ электрическую энергію, нѣкоторая часть перваго затрачивается непроизводительно, все-же въ экономическомъ отношеніи эта система оказывается до настоящаго времени наиболѣе выгодною въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ примѣненіе ея возможно.

Пользоваться однакожъ динамо-машинами для мелкой эксплуатаціи электрической энергіи нѣтъ почти возможности; очень мало надежды, чтобы даже въ городахъ мы могли когда либо пользоваться проведеннымъ по до-

мамъ гальваническимъ токомъ, какъ пользуемся водою или газомъ, потому что при подобномъ развѣтвленіи по проводникамъ электрическая энергія обратно превращается въ теплоту вслѣдствіе сопротивленія этихъ проводниковъ. Не подлежитъ поэтому сомнѣнію, что *мѣстный* источникъ, какимъ является гальваническая батарея, долженъ быть въ подобныхъ случаяхъ признанъ за наиболѣе удобный.

Къ сожалѣнію однакожъ, мы уже достаточно убѣдились, въ какой мѣрѣ это главное и незамѣнимое преимущество гальванической первичной батареи параллизуется тѣми различными неудобствами, съ которыми сопряжена такая эксплуатація электричества. И если бы даже современнымъ изобрѣтателямъ удалось устранить нѣкоторыя изъ этихъ неудобствъ, все-же затрата химической энергіи сродства между металлами и кислотами не можетъ никогда оказаться болѣе дешевой и столь-же доступной, какъ затрата топлива или теплоты даровыхъ солнечныхъ лучей.

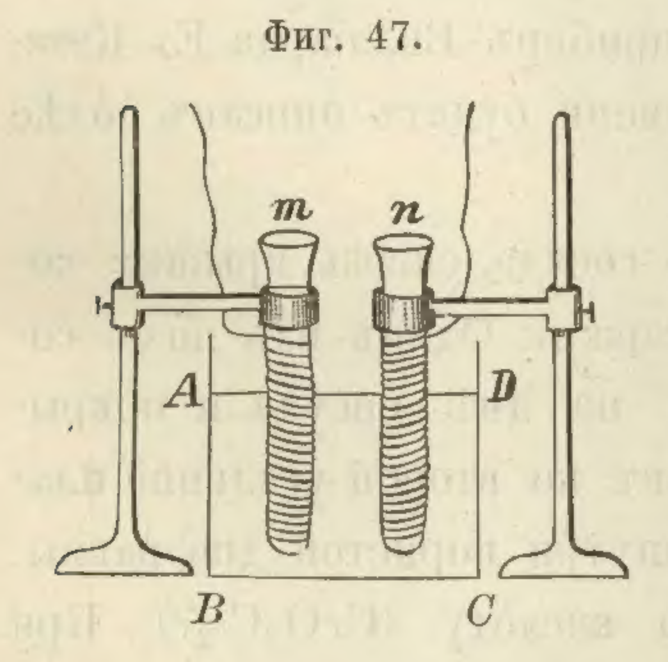
Эти соображенія вполнѣ оправдываютъ всякую попытку, направленную къ созданію новаго типа гальваническаго элемента, въ которомъ расходовались бы не химическіе матеріалы, а одна лишь теплота. Мы позволяемъ себѣ назвать такой элементъ *термогальваническимъ*, для отличія отъ обыкновенныхъ термоэлектрическихъ металлическихъ паръ, устраиваемыхъ по типу Зеебека, и стараемся обратить на него особенное вниманіе нашихъ читателей, вслѣдствіе предположенія, что въ этомъ именно типѣ кроется зародышъ того новаго источника электричества, которому въ наше время предстоитъ по всей вѣроятности быстрый процессъ развитія.

Термогальванизмъ—не новость, а забытое и плохо изученное физико-химическое явленіе.

Эще Нобили (1828 г.) и Валькеръ (1825 г.) наблюдали термоэлектрическіе токи между платиною и различными жидкостями. По Валькеру, въ цѣпи изъ платины и 10% раствора поваренной соли токъ *измѣняетъ направленіе* при увеличеніи разности температуръ мѣстъ погруженія. Впослѣдствіи эти явленія, не совсѣмъ правильно называемыя термоэлектрическими, подвергнулъ опытнымъ изслѣдованіямъ Фарадей. Онъ наполнялъ различными жидкостями согнутую въ формѣ буквы *U* трубку, одно колѣно которой нагрѣвалось, а другое охлаждалось и наблюдалъ токъ при погруженіи въ нагрѣтую и холодную жидкость электродовъ изъ одного и того-же металла, а также изъ различныхъ металловъ. Перемѣна направленія тока наблюдалась имъ, напр., при употребленіи обоихъ электродовъ изъ мѣди, цинка и кадмія, погружаемыхъ въ слабую сѣрную кислоту, и часто при электродахъ изъ различныхъ металловъ. Потомъ Пачинотти (1865 г.) устраивалъ гальвани-

ческіе элементы изъ одной жидкости и одного металла, въ которыхъ токъ обусловливается только различіемъ температуры обоихъ электродовъ. При употребленіи цинка и раствора азотноцинковой соли ему удалось, при увеличеніи разности температуръ до 180°, довести электровозбудительную силу такого элемента до 1-го Даніеля. Отсюда ясно, что полученіе электрической энергіи этимъ пріемомъ имѣетъ очень мало общаго съ зеебековскими термоэлектрическими токами, и дѣйствительно нельзя упускать изъ виду, что здѣсь при измѣненіи температуры одновременно мѣняются не только физическія, но также и химическія свойства тѣлъ. Вслѣдствіе этого вопросъ, конечно, очень усложняется и теоретическое его изслѣдованіе представляетъ много трудностей. Но въ виду того интереса, какой представляютъ подобные *вѣчные* гальваническіе элементы, въ которыхъ можно было бы увеличивать температуру то одного, то другого электрода и такимъ образомъ достигнуть полной востановляемости прибора во всѣхъ его составныхъ частяхъ, намъ кажется весьма желательнымъ болѣе обстоятельныя экспериментальныя изысканія этого класса явленій Это богатая тема, которая ждетъ еще любителей.

Фиг. 47.



Тутъ кстати замѣчу, что какъ для демонстраціи явленій термогальванизма, такъ и для ихъ изученія, мнѣ кажется довольно удобнымъ представленный здѣсь на рисункѣ приборъ, который можетъ быть легко устроенъ собственноручно. По возможности объемистый сосудъ ABCD предназначается для испытуемой жидкости; двѣ стекляныя пробирки *m* и *n*, поддерживаемыя штативами, обматываются обнаженною проволокою изъ тѣхъ металловъ, которые подвергаются изслѣдованію, или покрываются снаружи металлическими листами, полосками и пр. Внутрь пробирокъ вводятся нагрѣвающія жидкости или охладительныя смѣси и термометры. При болѣе продолжительныхъ опытахъ можно внутри пробирокъ производить нагрѣваніе жидкостей посредствомъ гальваническаго тока.

Другой родъ явленій, на которыя въ виду подобныхъ изслѣдованій должно обратить вниманіе, составляетъ преобразованіе теплоты въ электричество при плавленіи различныхъ веществъ. Наблюденія надъ токами, зарождающимися при погруженіи металловъ, (преимущественно платины) въ различныя расплавленныя соли, производились Андревсомъ, Ганкелемъ, Горе, а также Яблочковымъ, который, какъ извѣстно, устроилъ на этомъ

принципѣ гальваническій элементъ изъ желѣзнаго тигля, селитры и угля; при погруженіи предварительно нагрѣтаго угля въ расплавленную селитру уголь горитъ, и при этомъ часть химической энергіи превращается въ электрическую. Подобнаго типа элементы, какъ кажется, не были до сихъ поръ всѣсторонне изучены.

Но наиболѣе интереснымъ и достойнымъ научнаго изслѣдованія должно считать второй типъ термогальваническихъ элементовъ, основанный на обращаемыхъ химическихъ процессахъ. Допустимъ, что гальваническій элементъ, дѣйствующій при нѣкоторой температурѣ t, будетъ возстановляться при другой температурѣ t'. Здѣсь возможны два случая: $t < t'$ и $t > t'$; если бы въ первомъ изъ нихъ температура t, при которой элементъ даетъ токъ, была равна обыкновенной комнатной, то мы бы имѣли *термо-аккумуляторъ*, заряжающійся при нагрѣваніи. Такой приборъ имѣлъ бы, по нашему мнѣнію, огромное преимущество, какъ передъ обыкновенными, такъ и передъ вторичными элементами. Къ сожалѣнію, онъ еще не придуманъ.

Второй случай ($t > t'$) соотвѣтствуетъ такому элементу, который дѣйствуетъ лишь при нагрѣваніи и возстановляется при охлажденіи. Къ этому типу относится именно ново-изобрѣтенный приборъ Вилліарда Е. Кэза, который, вѣроятно, въ непродолжительномъ времени будетъ описанъ болѣе подробно и провѣренъ физиками.

Онъ состоитъ изъ герметически закрытаго сосуда, сквозь крышку котораго проходятъ два изолированные мѣдные стержня. Одинъ изъ нихъ сообщается съ угольной пластинкой, находящейся на днѣ сосуда и покрытой оловянымъ порошкомъ, а второй прикрѣпленъ ко второй угольной пластинкѣ, помѣщенной въ верхней части сосуда внутри пористой діафрагмы. Кромѣ того сосудъ заключаетъ хлоро-хромовую кислоту (CrO_2Cl_2?). При погруженіи элемента въ горячую воду, начинается химическая реакція между оловомъ и кислотою, сопровождаемая выдѣленіемъ электрической энергіи; при охлажденіи—если вѣрить журнальнымъ сообщеніямъ—реакція идетъ въ обратную сторону, металлическое олово возстановляется и опять осѣдаетъ на нижнюю пластинку.

Не подлежитъ сомнѣнію, что подобныхъ комбинацій при основательномъ знаніи химіи можно придумать очень много. Есть реакціи, которыя могутъ идти въ ту или другую сторону въ зависимости отъ измѣненія температуры и другихъ условій, какъ, напр., давленія. Давно, напр., извѣстно, что нѣкоторые металлы, вытѣсняющіе при обыкновенныхъ условіяхъ водородъ изъ кислотъ, могутъ быть сами вытѣсняемы водородомъ изъ своихъ солей при увеличенномъ давленіи. Нѣкоторые химики утверж-

даютъ (хотя въ этомъ частномъ вопросѣ мнѣнія расходятся), что даже реакція между цинкомъ и сѣрною кислотою можетъ быть замедлена, остановлена и даже обращена, если происходитъ въ атмосферѣ водорода подъ увеличивающимся давленіемъ. При употребленіи двухъ металловъ обращаемость реакціи достигается въ очень многихъ случаяхъ; такъ напр. при извѣстныхъ условіяхъ мѣдь можетъ быть вытѣснена изъ своихъ солей свинцомъ или оловомъ, хотя въ обыкновенномъ случаѣ эти металлы сами вытѣсняются изъ своихъ солей мѣдью.

Не останавливаясь долѣе на примѣрахъ, доказывающихъ возможность устройства нерасходующагося гальваническаго элемента и отсылая интересующихся этимъ вопросомъ къ спеціальнымъ сочиненіямъ по химіи, (а также къ прекрасной книгѣ Н. Н. Любавина: Физическая Химія), обращу еще вниманіе на тѣсную связь явленій, названныхъ здѣсь (лишь для отличія) термогальваническими, съ недавними изслѣдованіями такъ называемаго *явленія Пельтіе* внутри гальваническихъ элементовъ. Вопросомъ этимъ занимались: В. Томсонъ, Гельмгольцъ, Браунъ, Чапскій, Бути, Гокель и въ послѣднее время Янъ. Обстоятельное изложеніе этого предмета потребовало бы особой статьи, поэтому теперь ограничиваюсь лишь указаніемъ на теорему Гельмгольца: если электровозбудительная сила элемента увеличивается при повышеніи температуры, то ему должно быть сообщено нѣкоторое количество тепла для того, чтобы при прохожденіи черезъ него тока температура его оставалась неизмѣнной, и на оборотъ. Отсюда ясно, что такой гальваническій элементъ преобразовываетъ часть тепловой энергіи въ электрическую. Можно, слѣдовательно, вообразить и такой элементъ, который былъ бы спеціально предназначенъ для такого преобразованія. Могъ ли бы онъ оказаться практически-удобнымъ—это вопросъ будущаго. Теперь мы имѣемъ изъ этого типа пока одинъ приборъ г. Кэза, который подлежитъ еще повѣркѣ.

Эр. Шпачинскій.

Ученіе о логариѳмахъ въ новомъ изложеніи.

В. В. Морозова.

1. Объ измѣняемости степеней числа.

Если будемъ возвышать въ положительныя степени разныя числа, большія единицы, увеличивая постепенно показатель, то результаты будутъ

увеличиваться тѣмъ съ большей быстротой, чѣмъ больше взятое число. Рядъ положительныхъ показателей, какъ и вообще рядъ положительныхъ чиселъ, слѣдуетъ начинать нулемъ.

Относительно измѣняемости разныхъ степеней одного и того-же числа легко показать, что *приращенія степеней, соотвѣтствующія одинаковымъ приращеніямъ показателей, пропорціональны этимъ степенямъ.*

Доказательство. Назовемъ данное число чрезъ a, показатели—чрезъ y и z; пусть

$$a^y = x; \quad a^z = x_1. \tag{1}$$

Когда показатели y и z увеличимъ на нѣкоторую величину α, которая можетъ быть или конечною, или безконечно малою, то x и x_1 получатъ нѣкоторыя приращенія δ и δ_1 т. е.

$$a^{y+\alpha} = x + \delta; \quad a^{z+\alpha} = x_1 + \delta_1. \tag{2}$$

Вычитая соотвѣтсвенно уравненія (1) изъ (2), находимъ

$$\delta = a^{y+\alpha} - a^y; \quad \delta_1 = a^{z+\alpha} \; a - z;$$

отсюда

$$\frac{\delta}{\delta_1} = \frac{a^{y+\alpha} - a^y}{a^{z+\alpha} - a^z} = \frac{a^y\,(a^\alpha - 1)}{a^z\,(a^\alpha - 1)} = \frac{x}{x_1},$$

что и требовалось доказать.

Полагая $z=0$, получаемъ:

$$x_1 = 1; \quad \delta_1 = a^\alpha - 1$$

$$\text{и} \quad \delta = \delta_1 x. \tag{3}$$

Коэффиціентъ δ_1 означаетъ *приращеніе единицы какъ нулевой степени числа a, когда показатель нуль получитъ приращеніе α.* Приращеніе это, очевидно, должно быть различнымъ для различныхъ чиселъ, а потому и отношеніе $\frac{\delta_1}{\alpha}$, выражающее *относительное приращеніе нулевой степени числа a,* будетъ для каждаго числа особеннымъ.

Такъ какъ δ_1, какъ это видно изъ (3), зависитъ отъ a и отъ α, то и относительное приращеніе $\frac{\delta_1}{\alpha}$ будетъ находиться въ зависимости отъ a и α. Но можно показать, что по мѣрѣ приближенія α, а слѣдовательно и δ_1, къ нулю, отношеніе это стремится къ нѣкоторому постоянному предѣлу, зависящему только отъ a.

Предположимъ для этого, что въ уравненіи

$$\delta_1 = a^\alpha - 1,$$

величины α и δ_1 очень малы и что число $a>1$; пусть напр.

$$a=1+p; \qquad (4)$$

тогда

$$\delta_1=(1+p)^\alpha-1.$$

Пользуясь строкою Ньютона, которая какъ извѣстно справедлива и въ случаѣ дробнаго показателя, и сокращая $+1$ и -1, имѣемъ:

$$\delta_1=\alpha p+\frac{\alpha(\alpha-1)}{1.2}p^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{1.2\ 3.}p^3+\dots$$

или

$$\delta_1=\alpha\left(p-\frac{p^2}{2}+\frac{p^3}{3}-\frac{p^4}{4}+\dots\right)+A\alpha^2+B\alpha^3+\dots \qquad (5)$$

гдѣ коэффиціенты A, B. . . ., подобно первому, будутъ зависѣть отъ p и выражаться безконечными рядами. Чтобы перейти теперь къ предѣльному значенію отношенія $\frac{\delta_1}{\alpha}$ достаточно раздѣлить равенство (5) на α и положить потомъ $\alpha=0$; такимъ образомъ убѣдимся, что

$$\textit{Пред.}\left(\frac{\delta_1}{\alpha}\right)=p-\frac{p^2}{2}+\frac{p^3}{3}-\frac{p^4}{4}+\dots \qquad (6)$$

то есть, что предѣлъ относительнаго приращенія нулевой степени числа a зависитъ только отъ этого числа, ибо $p=a-1$.

Этотъ предѣлъ означаетъ, выражаясь образно, начальную скорость возрастанія степени даннаго числа и характеризуетъ его измѣняемость при возвышеніи въ разныя степени. Съ этой точки зрѣнія означенный предѣлъ можно назвать *степеннымъ коэффиціентомъ числа*; для сокращенія я употребляю вмѣсто этого длиннаго названія болѣе простое—*Элеваторъ числа* и обозначаю чрезъ Э(a), такъ что

$$\textit{Пред.}\left(\frac{\delta_1}{\alpha}\right)=\text{Э}(a), \qquad (7)$$

откуда

$$\textit{Пред.}\ (\delta_1)=\text{Э}(a).\ \textit{Пред.}\ (\alpha). \qquad (7')$$

Возвращаясь теперь къ уравненію (3)

$$\delta=\delta_1 x,$$

находимъ на основаніи (7′):

$$\textit{Пред.}\ (\delta)=\text{Э}(a).\ x.\ \textit{Пред.}\ (\alpha).\ ^{1)} \qquad (8)$$

[1]) Пользуясь знакоположеніемъ дифференціальнаго исчисленія, можно равенство (8) написать въ такомъ видѣ:

$$d\,(a^y)=\text{Э}\,(a).\ a^y dy;$$

если-же примемъ a за основаніе системы логариѳмовъ, то при

$$a^y=x$$

т. е. безконечное малое приращеніе какой нибудь степени числа a, соотвѣтствующее такому-же приращенію показателя, пропорціонально 1) элеватору основанія и 2) взятой степени числа.

2. Свойства элеватора.

1. Такъ какъ единица при возвышеніи въ степени остается безъ измѣненія, или—другими словами—приращенія ея степеней равны нулю, то очевидно,

$$Э(1)=0. \qquad (9)$$

2. *Элеваторъ произведенія равняется суммѣ элеваторовъ производителей.* Пусть

$$a_0=a_1 a_2 a_3 \ldots a_n$$

гдѣ n—конечное число; возвышая въ безконечно малую степень α, имѣемъ

$$a_0^\alpha = a_1^\alpha a_2^\alpha a_3^\alpha \ldots a_n^\alpha$$

или, замѣняя на основаніи (3) каждое a^α черезъ $1+\delta$,

$$1+\delta_0=(1+\delta_1)(1+\delta_2)(1+\delta_3)\ldots(1+\delta_n).$$

Отсюда

$$\delta_0=(\delta_1+\delta_2+\delta_3+\ldots+\delta_n)+(\delta_1\delta_2+\delta_1\delta_3+\ldots)+(\delta_1\delta_2\delta_3+\ldots)+\ldots$$

Раздѣлимъ теперь обѣ части на α

$$\frac{\delta_0}{\alpha}=\left(\frac{\delta_1}{\alpha}+\frac{\delta_2}{\alpha}+\frac{\delta_3}{\alpha}+\ldots+\frac{\delta_n}{\alpha}\right)+\left(\frac{\delta_1}{\alpha}\delta_2+\ldots\right)+\left(\frac{\delta_1}{\alpha}\delta_2\delta_3+\ldots\right)+\ldots$$

Переходя къ предѣльному значенію, замѣчаемъ, что лѣвая часть представитъ элеваторъ произведенія, первый членъ въ скобкахъ правой части—сумму элеваторовъ множителей, а остальные члены, очевидно, обратятся въ предѣлѣ въ нуль. Итакъ

будемъ имѣть

$$y = logx$$

и, слѣдовательно, предыдущее равенство представится еще такъ

$$dx = Э(a).x.d(logx). \qquad (m)$$

откуда

$$d(logx) = \frac{dx}{x.Э(a)}. \qquad (n)$$

Дальше будетъ показано, что

$$Э(a) = Loga = \frac{1}{loge}.$$

Предлагаемые въ курсахъ дифференціальнаго исчисленія выводы $d(logx)$ даютъ обыкновенно $\frac{1}{loge}$ вмѣсто $Э(a)$. Такъ какъ выраженіе $logx$ зависитъ только отъ a и отъ x, то появленіе числа e въ дифференціалѣ логарифма x нельзя не признать искусственнымъ, между тѣмъ присутствіе множителя $Э(a)$ въ равенствахъ (m) и (n) совершенно понятно.

$$Э(a_0) = Э(a_1) + Э(a_2) + Э(a_3) + \ldots + (Эa_n). \qquad (10)$$

Отсюда выводимъ:

3. *Элеваторъ частнаго равенъ элеватору дѣлимаго безъ элеватора дѣлителя,* а такъ какъ $Э(1) = 0$, то еще имѣемъ

$$Э\left(\frac{1}{a}\right) = -Э(a). \qquad (11)$$

Элеваторъ n-й степени числа a равняется элеватору этого числа, умноженному на показатель степени.

3. Вычисленіе элеваторовъ.

Мы видѣли, что при $a = 1 + p$ элеваторъ числа a можетъ быть представленъ строкою (6), т. е.

$$Э(a) = p - \frac{p^2}{2} + \frac{p^3}{3} - \frac{p^4}{4} + \ldots. \qquad (6')$$

Для всѣхъ значеній $p < 1$ рядъ этотъ будетъ сходящійся [1]) и можетъ быть вычисленъ съ какою угодно степенью приближенія. Слѣдовательно этимъ рядомъ можемъ пользоваться для вычисленія элеваторовъ чиселъ больше единицы и меньше двухъ. Всякое-же число больше двухъ можетъ быть представлено въ видѣ произведенія множителей, содержащихся между 1 и 2 и, слѣдовательно, его элеваторъ можетъ быть найденъ какъ сумма элеваторовъ такихъ множителей.

Чтобы показать это на примѣрѣ, вычислимъ элеваторъ для числа 10. Для этого разобьемъ сначала число 10 на два слагаемыя, напр. такъ:

$$10 = 8 + 2;$$

отсюда

$$10 = 8\,(1 + {}^1/_4).$$

Поступаемъ точно также съ числомъ 8:

$$8 = 6 + 2 = 6\,(1 + {}^1/_3);$$

далѣе — съ 6: $\quad 6 = 4 + 2 = 4\,(1 + {}^1/_2),$

Затѣмъ $\quad 4 = 3 + 1 = 3\,(1 + {}^1/_3),$

$$3 = 2 + 1 = 2\,(1 + {}^1/_2),$$

наконецъ $\quad 2 = 1{}^1/_2 + {}^1/_2 = (1 + {}^1/_2)(1 + {}^1/_3).$

Такимъ образомъ получимъ:

$$10 = (1 + {}^1/_2)^3 (1 + {}^1/_3)^3 (1 + {}^1/_4).$$

---

1) См. „Вѣстникъ" № 7, стр. 148, 149.

Если теперь вычислить по (6′) элеваторы для чиселъ $1^1/_2$, $1^1/_3$ и $1^1/_4$ съ точностью до 9-го десятичнаго знака, то получимъ

$$Э(1^1/_2) = 0{,}405465108,$$
$$Э(1^1/_3) = 0{,}287682072,$$
$$Э(1^1/_4) = 0{,}223143551.$$

Умноживъ первые два на 3 и сложивъ съ третьимъ, получимъ

$$Э(10) = 2{,}302585093.$$

(Окончаніе слѣдуетъ).

Присланныя статьи [1].

1. З. А. Архимовичъ (Новозыбковъ) прислалъ три замѣтки: 1) доказательство теоремы: „Во всякомъ четыреугольникѣ сумма квадратовъ діагоналей равна удвоенной суммѣ квадратовъ линій, соединяющихъ средины противоположныхъ сторонъ"; 2) доказательство теоремы: „Сумма квадратовъ діагоналей трапеціи равна суммѣ квадратовъ непараллельныхъ сторонъ плюсъ удвоенное произведеніе параллельныхъ сторонъ", и 3)—о неудовлетворительности изложенія въ общепринятыхъ учебникахъ алгебры отдѣла объ ирраціональныхъ количествахъ. Такъ напр., по мнѣнію г. Архимовича выводъ формулы

$$\sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}$$

въ курсѣ алгебры Давидова потому неправиленъ, что начинается съ тождества

$$\left(\sqrt[m]{ab}\right)^m = \left(\sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}\right)^m,$$

появленіе котораго остается для болѣе пытливаго ученика непонятнымъ. Лучше поэтому держаться такого пріема:

$$\sqrt[m]{ab} = x;\ ab = x^m;$$

$$a = \left(\sqrt[m]{a}\right)^m,\quad b = \left(\sqrt[m]{b}\right)^m;\quad \left(\sqrt[m]{a}\right)^m . \left(\sqrt[m]{b}\right)^m = \left(\sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}\right)^m = x^m$$

откуда

$$x = \sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}.$$

---

[1]) Въ этомъ отдѣлѣ мы будемъ давать краткій отчетъ о такихъ статьяхъ, любезно намъ присланныхъ, кои по недостатку мѣста и второстепенному своему значенію не могли быть помѣщены цѣликомъ въ журналѣ, а также о всякихъ возраженіяхъ, критическихъ замѣткахъ и вообще статьяхъ полемическаго характера, которыя были вызваны ранѣе помѣщенными въ журналѣ статьями. При безпристрастномъ отношеніи къ этому отдѣлу нашей корреспонденціи мы не считаемъ его вообще безполезнымъ для читателей журнала и, давая объ немъ отчетъ, оставляемъ за собою лишь право соглашаться или нѣтъ съ авторами, къ мнѣніямъ которыхъ обѣщаемъ относиться всегда съ должнымъ уваженіемъ и неприкосновенностью.

Мы не думаемъ, чтобы подобныя мелочи могли имѣть существенное значеніе въ педагогическомъ отношеніи, и если этотъ отдѣлъ алгебры довольно трудно усвоивается учащимися, то вовсе не потому, что пріемы доказательствъ не хороши, а скорѣе оттого, что ихъ слишкомъ много и изъ-за формалистики теряется суть дѣла.

2. **А. И. Стодолкевичъ** (Плоцкъ) въ пространной статьѣ: „Объ алгебраическихъ уравненіяхъ степени выше четвертой, которыхъ всѣ корни суть алгебраическія функціи коэффиціентовъ" разсматриваетъ уравненія: 5-ой, 6-ой, 8-ой, 9-ой, 12-ой, 16-ой и т. д. степеней вида

$$x^n + ax^{n-2} + bx^{n-3} + \ldots + hx + k = 0$$

и занимается выводомъ тѣхъ условныхъ соотношеній между коэффиціентами, при существованіи которыхъ уравненія разбиваются на множителей 2-ой и 3-ей степени. Для поясненія рѣшено нѣсколько примѣровъ.

3. **Н. Хруцкій** (Кіевъ) доставилъ рецензію о статьѣ г. Бахметьева: „Термоэлектричество какъ функція молекулярной структуры", помѣщенной въ журналѣ Электричество (1886 г. №№ 6, 7, 8—9, 10). Авторъ считаетъ еще не вполнѣ доказаннымъ выводъ, къ которому приходитъ г. Бахметьевъ въ своей статьѣ: „термоэлектричество есть слѣдствіе магнитизма, и если между этими двумя областями и есть какая нибудь разница, то она во всякомъ случаѣ будетъ скорѣе количественная, чѣмъ качественная". Мы согласны съ мнѣніемъ рецензента, ибо параллельность явленій еще не доказываетъ ихъ тождественности, и изъ того факта, что электровозбудительная сила пары увеличивается при тѣхъ-же условіяхъ, при которыхъ увеличивается и разность въ магнитностяхъ металловъ, составляющихъ пару, еще нельзя заключить, что „магнитизмъ составляетъ *ближайшую* причину происхожденія термоэлектричества" (стр. 104).

4. **Н. А. Конопацкій** (Каменецъ-Под.) въ „Замѣткѣ о неопредѣленныхъ уравненіяхъ" пополняетъ пробѣлъ нѣкоторыхъ учебниковъ алгебры доказательствомъ слѣдующей теоремы: „Всякое уравненіе

$$ax + by = c,$$

въ которомъ a и b числа взаимно простыя, имѣетъ корень y цѣлый и меньшій a, соотвѣтствующій цѣлому корню x.

5. **С. Н. Гирманъ** (Кіевъ) предложилъ еще одно рѣшеніе задачи № 3 не въ очередь (см. № 6 Журн. Эл. Мат. за 1885—86 г. стр. 140 и № 2 Вѣстника стр. 43), основанное на введеніи новыхъ перемѣнныхъ ρ, α и β, связанныхъ съ x, y, z условіями

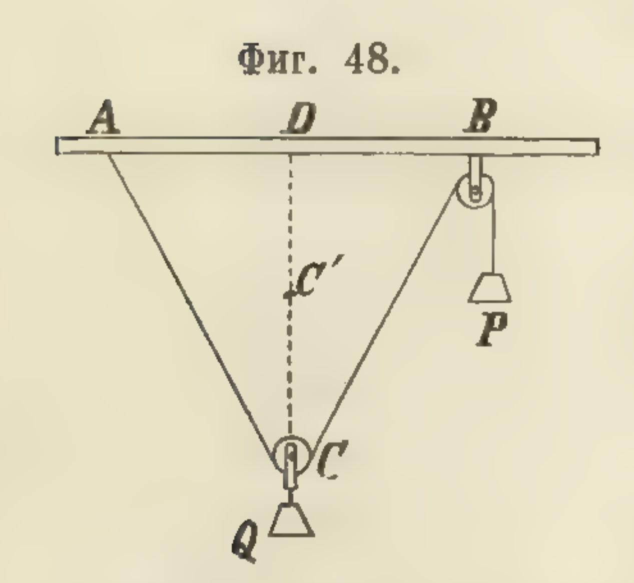
$$x = \rho . Cos\alpha . Cos\beta;\ y = \rho . Cos\alpha . Sin\beta;\ z = \rho\ Sin\alpha.$$

6. За подписью **Б.** (Кострома) присланы возраженія, во 1-хъ на статью А. Л. Королькова: „Геометрическое изображеніе и изслѣдованіе свойствъ рядовъ" (см. № 9 стр. 195). Авторъ старается доказать, что „предлагаемый г. Корольковымъ методъ геометрическаго изображенія безконечно убывающей прогрессіи не вѣренъ въ своемъ основаніи и противорѣчитъ принятымъ въ математикѣ понятіямъ о перемѣнныхъ величинахъ и ихъ предѣлахъ". Мы держимся другого мнѣнія и никакого противорѣчія не усматриваемъ.—Второе возраженіе того-же автора относится къ доказательству теоремы VII въ статьѣ г. Студенцова: „Теоремы, служащія основаніемъ для рѣшенія задачъ планиметріи на maximum и minimum" (см. № 9 стр. 200). Авторъ находитъ, что фраза „разность отрѣзковъ не мо-

жетъ возрастать неопредѣленно" не вѣрна и для примѣра приводитъ тотъ случай, когда одинъ отрѣзокъ$=na$, а другой$=\frac{n}{a}$; при возрастанiи n до безконечности и сумма, и разность отрѣзковъ возрастаютъ неопредѣленно, хотя произведенiе ихъ остается постояннымъ ($=a^2$). Все это такъ, но къ статьѣ г. Студенцова вовсе не относится, такъ какъ въ ней идетъ рѣчь лишь о *конечныхъ* геометрическихъ отрѣзкахъ.

Вопросы и задачи.

Фиг. 48.



№ 74. Подвижной блокъ C (фиг. 48) находится въ равновѣсiи при дѣйствiи силъ P и Q. $AB=a$; $CD=h$. Найти $DC'=x$, гдѣ C' точка, до которой поднимется блокъ C если удвоить грузъ P.

(Проф. Спб. Унив. О. Хвольсонъ).

№ 75. Объяснить различiе между теплоемкостью при постоянномъ объемѣ и теплоемкостью при постоянномъ давленiи.

№ 76 Какимъ образомъ можно приблизительно опредѣлить число колебанiй, соотвѣтствующее данному звуку, при помощи монохорда (сонометра) и камертона, число колебанiй котораго извѣстно (напр. la_3)?

№ 77. Придумать возможно простой сифонъ, состоящiй изъ стеклянныхъ трубокъ и соединительной пробки, такъ чтобы онъ могъ запираться безъ крана, т. е. чтобы можно было останавливать и возобновлять переливанiе жидкости по желанiю.

№ 78. Показать, что сумма квадратовъ двухъ цѣлыхъ чиселъ тогда только дѣлится безъ остатка на 7, когда каждое изъ этихъ чиселъ дѣлится на 7.

№ 79. Построить треугольникъ по данной сторонѣ и противолежащему углу при такомъ условiи, чтобы данная сторона совпадала съ данной по направленiю прямой, а другiя двѣ стороны (или ихъ продолженiя) проходили черезъ двѣ данныя точки

№ 80. Рѣшить элементарнымъ прiемомъ уравненiе

$$x^3-8x^2+8x+24=0.$$

(Учен. 7 кл. Немир. г. I. Г—бъ).

№ 81. Данъ шаръ радіуса R. Найти геометрическое мѣсто вершинъ трехгранныхъ угловъ, коихъ грани касаются даннаго шара и плоскіе углы равны 60°.

№ 82. Какую кривую образуетъ геометрическое мѣсто точекъ, равноудаленныхъ отъ данной окружности и отъ данной внутри ея точки?

NB. См. зад. № 26, (Вѣстн. № 4, стр. 86).

Рѣшенія задачъ.

Рѣшеніе задачи № 17 не въ очередь, предложенной въ № 15 Журн. Эл. Мат. за $188^5/_6$ г. на стр. 356.

Дано кубическое уравненіе съ раціональными коэффиціентами и сколькими угодно неизвѣстными $x, y, z, \ldots$; по данному одному его рѣшенію

$$x=\alpha,\ y=\beta,\ z=\gamma, \ldots,$$

гдѣ $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ раціональныя числа, найти сколько угодно другихъ рѣшеній въ раціональныхъ числахъ. Указать на исключительные случаи.

Вывести формулу Эйлера

$$p^3=\left(p\frac{p^3-2q^3}{p^3+q^3}\right)^3+\left(q\frac{2p^3-q^3}{p^3+q^3}\right)^3+q^3$$

при помощи рѣшенія

$$x=1,\quad y=-1$$

уравненія

$$ax^3+by^3=a-b$$

Показать, что можно получить сколько угодно подобныхъ формулъ.

Въ самомъ общемъ случаѣ кубическое уравненіе съ неизвѣстными $x, y, z, \ldots$ будетъ содержать во первыхъ члены вида

$$Ax^3,\ By^3,\ Cz^3, \ldots,$$

во 2-хъ

$$A'x^2y,\ B'xy^2, \ldots,$$

въ 3-хъ

$$Mx^2,\ Ny^2, \ldots,$$

въ 4-хъ

$$M'xy,\ N'xz, \ldots$$

въ 5-хъ

$$Kx,\ Ly, \ldots$$

и наконецъ не зависящій отъ $x, y, z, \ldots$ членъ T.

Подставимъ въ наше кубическое уравненіе вмѣсто $x, y, z, \ldots$ слѣдующія выраженія:

$$x=\alpha+m_1p,\ \ y=\beta+m_2p,\ \ z=\gamma+m_3p,\ldots,$$

гдѣ $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ данныя числа, удовлетворяющія нашему уравненію, а p, $m_1, m_2, \ldots$ пока совершенно неопредѣленныя. Результаты подстановки въ члены видъ 1-го будутъ

$$A\alpha^3+3A\alpha^2m_1p+3A\alpha m_1^2p^2+Am_1^3p^3,\ldots,$$

2-го

$$A'\alpha^2\beta+A'(2\alpha\beta m_1+\alpha^2m_2)p+A'(m_1^2\beta+2\alpha m_1m_2)p^2+m_1^2m_2p^3,\ldots,$$

3-го

$$M\alpha^2+2M\alpha m_1p+Mm_1^2p^2,\ldots$$

4-го

$$M'\alpha\beta+M'(\alpha m_2+m_1\beta)p+M'm_1m_2p^2,\ldots$$

и наконецъ 5 го

$$K\alpha+Km_1p,\ldots.$$

Располагая результатъ подстановки по степенямъ p и принимая во вниманіе, что $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ удовлетворяютъ нашему уравненію, мы придемъ, какъ легко видѣть, къ слѣдующему уравненію

$$Pp^3+Qp^2+Rp=0$$

или

$$Pp^2+Qp+R=0.$$

(Рѣшеніе $p=0$ мы отбрасываемъ, потому что при $p=0$ будемъ имѣть $x=\alpha$, $y=\beta,\ldots$, т. е. данное рѣшеніе).

Коэффиціенты P, Q и R не зависятъ отъ p и, что весьма важно, R есть линейная функція отъ $m_1, m_2, \ldots$, т. е.

$$R=am_1+bm_2+cm_3+\ldots,$$

гдѣ $a, b, c, \ldots$ извѣстныя раціональныя числа.

Если за $m_1, m_2, \ldots$ возьмемъ раціональныя числа, удовлетворяющія уравненію

$$R=0,$$

то уравненіе, которому должно удовлетворять p, будетъ

$$Pp^2+Qp=0,$$

или

$$Pp+Q=0.$$

Отсюда, если ни P ни Q не равны 0, найдемъ и p:

$$p=-\frac{Q}{P}\ \text{(раціональному числу)}.$$

Зная p, m_1, m_2, ..., мы опредѣлимъ и x, y, z, ... по формуламъ

$$x = \alpha + m_1 p = \alpha', \quad y = \beta + m_2 p = \beta', \ldots$$

Такъ какъ неопредѣленному уравненію съ m_1, m_2, ...

$$R = 0$$

удовлетворяетъ безконечное множество системъ величинъ m_1, m_2, ..., то, слѣдовательно, мы имѣемъ, вообще говоря, и безконечное множество системъ раціональныхъ величинъ x, y, z, ..., удовлетворяющихъ нашему кубическому уравненію.

Впрочемъ, найдя α', β', ..., мы могли бы искать другія раціональныя рѣшенія нашего уравненія тѣмъ же самымъ путемъ, т. е. положить

$$x = \alpha' + m'_1 p', \quad y = \beta' + m'_2 p', \ldots$$

Дальнѣйшія разсужденія тѣ же.

Можетъ случиться, что за m_1, m_2, ... будутъ взяты такія рѣшенія уравненія

$$R = 0,$$

которыя обратятъ въ нуль P или Q. Тогда для опредѣленія p будетъ имѣть или уравненіе

$$Qp = 0,$$

или

$$Pp^2 = 0.$$

Въ обоихъ случаяхъ $p = 0$ и, слѣдовательно, мы не получимъ новаго рѣшенія.

Можетъ встрѣтиться и такой случай, что или полиномъ P, или полиномъ Q будетъ дѣлиться на цѣло на R. Въ этомъ случаѣ, очевидно, для всякой системы величинъ m_1, m_2, ..., удовлетворяющихъ уравненію

$$R = 0,$$

будетъ имѣть мѣсто и одно изъ уравненій

$$P = 0, \text{ или } Q = 0$$

и, слѣдовательно, $p = 0$, и мы новыхъ раціональныхъ рѣшеній для x,

y, z, ... по изложенному способу не получимъ. Предоставляю читателямъ самимъ убѣдиться, что подобный случай имѣетъ мѣсто, напр., для уравненія

$$x^3 + y^3 + z^3 = 0.$$

Приложимъ теперь изложенный способъ къ уравненію

$$ax^3 + by^3 = a - b,$$

которое удовлетворяется при $x = 1$, $y = -1$.

Полагаемъ

$$x = 1 + \alpha\mu \text{ и } y = -1 + \alpha\nu.$$

Подставляя въ уравненіе вмѣсто x и y эти величины, мы приходимъ къ слѣдующему уравненію:

$$3(a\mu + b\nu)\alpha + 3(a\mu^2 - b\nu^2)\alpha^2 + (a\mu^3 + b\nu^3)\alpha^3 = 0,$$

или

$$3(a\mu + b\nu) + 3(a\mu^2 - b\nu^2)\alpha + (a\mu^3 + b\nu^3)\alpha^2 = 0.$$

Уравненію

$$a\mu + b\nu = 0$$

очевидно, удовлетворимъ, положивъ

$$\mu = +b$$

$$\nu = -a.$$

Для опредѣленія α будемъ имѣть уравненіе:

$$3(ab^2 - ba^2)\alpha + (ab^3 - ba^3)\alpha^2 = 0,$$

или

$$3(b - a) + (b^2 - a^2)\alpha = 0.$$

Отсюда находимъ, что

$$\alpha = \frac{3}{a + b}.$$

Слѣдовательно,

$$x = 1 - \frac{3b}{a+b} = \frac{a-2b}{a+b}.$$

$$y = -1 + \frac{3a}{a+b} = \frac{2a-b}{a+b}.$$

Если положимъ, что $a=p^3$ и $b=q^3$, то найдемъ, что

$$x=\frac{p^3-2q^3}{p^3+q^3} \text{ и } y=\frac{2p^3-q^3}{p^3+q^3};$$

подставивъ въ уравненіе

$$ax^3+by^3=a-b$$

вмѣсто a, b, x и y соотвѣтственно числа

$$p^3,\ q^3,\ \frac{p^3-2q^3}{p^3+q^3} \text{ и } \frac{2p^3-q^3}{p^3+q^3},$$

мы и придемъ къ формулѣ Эйлера:

$$p^3=\left(p\ \frac{p^3-2q^3}{p^3+q^3}\right)^3+\left(q\ \frac{2p^3-q^3}{p^3+q^3}\right)^3+q^3.$$

Чтобы найти другія подобныя формулы, слѣдуетъ искать новыя рѣшенія уравненія

$$ax^3+by^3=a-b,$$

при помощи рѣшеній

$$x=\frac{a-2b}{a+b} \text{ и } y=\frac{2a-b}{a+b}$$

по вышеизложенному способу.

И. Ивановъ.

№ 30. Найти три цѣлыя послѣдовательныя числа, удовлетворяющія такому условію, чтобы сумма всевозможныхъ отношеній между ними была числомъ цѣлымъ.

Обозначивъ искомыя числа черезъ $x-1$, x и $x+1$, найдемъ сумму ихъ всевозможныхъ отношеній, которыхъ можетъ быть столько, сколько можно сдѣлать различныхъ размѣщеній изъ трехъ элементовъ по два, т. е. $3.2=6$,

$$\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x}+\frac{x+1}{x-1}=\frac{6x^2}{x^2-1}.$$

Чтобы эта сумма была числомъ цѣлымъ, необходимо чтобы 6 дѣлилось на x^2-1 (такъ какъ x^2 и x^2-1 всегда между собою первые), т. е. чтобы удовлетворялось одно изъ слѣдующихъ четырехъ условій:

$$x^2-1= \qquad x^2-1=2; \qquad x^2-1=3; \qquad x^2-1=6.$$

Первое изъ нихъ дастъ $x = \pm\sqrt{2}$, второе. $x = \pm\sqrt{3}$, третье: $x = \pm 2$ и наконецъ четвертое: $x = \pm\sqrt{7}$; изъ нихъ только третье рѣшеніе удовлетворяетъ условію задачи, слѣдовательно искомыя числа будутъ или: -3, -2 и -1, или: 1, 2 и 3.

(Учен.: 6 кл. Тульск. г. Н. И—ій, 7 кл. Кіевск. к. к. А. Ш—въ. 8 кл. Кам.-Под. г. С. Рж. и IV-й Кіевск. г. А. П—ій).

Смѣсь.

Теорія теплоты въ элементарной обработкѣ **Клеркъ Максуэлля**, переведенная на русскій языкъ однимъ изъ нашихъ сотрудниковъ А. Л Корольковымъ, въ настоящее время издается редакціей Вѣстника Оп. Физики и Элементарной Мат. и поступитъ въ продажу въ началѣ будущаго года.

На обсужденіе **воздухоплавательнаго отдѣла Русскаго Техническаго Общества** вносится предложеніе объ изданіи Исторіи воздухоплаванія въ Россіи и русскихъ изобрѣтеній по воздухоплаванію.

Отвѣты редакціи.

И. Иванову (Спб.) Благодаримъ Васъ за статью: „Maximum и minimum полинома 3-ей степени. Лишніе экземпляры номеровъ „Вѣстника“, заключающихъ Ваши статьи, будутъ Вамъ высылаться всякій разъ.

А. Д. Колтановскому (гдѣ-то возлѣ Немирова). Мы бы съ удовольствіемъ исполнили Вашу просьбу и прислали тѣ номера, гдѣ помѣщена статья „Простѣйшій способъ межеванія“, если-бы могли прочесть, данный Вами въ письмѣ, Вашъ адресъ.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Каталогъ спеціальныхъ журналовъ

за 1886 г.

съ указаніемъ ихъ приблизительной годовой цѣны.

Б. Нѣмецкіе.

(Продолженіе).

Pädagogium. Monatschr. f. Erzieh. u. Unterr. (*Dittes*) (съ окт.)	12	№№	4,50	руб.
Post u. Telegraph	52	„	6,00	„
Photographenzeitung (*Schwier*)	52	„	4,00	„
Polytechniker	24	„	6,00	„
Repertorium d. Physik (*Exner*)	12	„	12,00	„
Repertorium d. anal. Chemie (*Skalweit*)	25	„	9,00	„
Repertorium f. Meteorologie (*Wild*) (въ Спб.) кажд. т.	—	„	8,00	„
Repertorium d. Pädagogik (*Heindl* u. *Schubert*) . . .	12	„	3,00	„
Revue d. Fortschritte d. Naturwissensch. (*Klein*) (съ окт.)	6	„	4,50	„
Rundschau, electrotechn. (*Stein*)	12	„	3,50	„
Sammler (съ апрѣля)	24	„	3,50	„
Sitzungberichte d. k. Akademie d. Wissensch. Mathem.-naturw. Classe	30	„	2,00	„
Sitzungberichte d. preussisch. Akad. d. Wissensch. .	52	„	7,00	„
Sitzungberichte d. Gesellsch. naturforsch. Freunde in Berlin (*Hartmann*)	12	„	2,50	„
Sitzungberichte u. Abhandl. d. naturwiss. Gesellsch. Jsis in Dresden	2	„	3,00	„
Sitzungberichte d. phys.-medicin. Gesellsch. zu Würzburg	10	„	2,50	„
Sitzungberichte d. phys.-med. Societät zu Erlangen (к. т.)	—	„	2,00	„
Schulzeitung, mathem,-naturw. (*Woenig*)	24	„	3,00	„
Sirius. Zeitschrift f. popul. Astronomie (*Klein*) . . .	12	„	5,50	„
Techniker Jntern. Organ üb. d. Fortschritte d. Wissensch. Erfind. u. Gewerbe (*Goepel*)	22	„	7,00	„
Umschau, naturw. technische (*Schwartze*) (съ окт.) . .	24	„	6,00	„
Vierteljahrsschrift d. naturforsch. Gesellsch. in Zürich (*Wolf*)	4	„	12,00	„
Vierteljahrsschrift d. astron. Gesellsch. (*Schönfeld* u. *Seelinger*)	4	„	4,50	„
Wetter. Meteorol. Monatschr. (*Assmann*)	12	„	3,50	„

(Окончаніе слѣдуетъ).

ОБЪЯВЛЕНІЯ.

ПОПУЛЯРНЫЯ ЛЕКЦІИ

ОБЪ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВѢ и МАГНИТИЗМѢ

доктора физики

О. ХВОЛЬСОНА.

Съ 220 рисунками въ текстѣ. Изданіе 2-е пересмотрѣнное и дополненное.

Спб. 1886. Цѣна 2 р.

ВВЕДЕНІЕ ВЪ МЕХАНИКУ

П. П. Фанъ-деръ-Флита.

Часть 1-я. Основные законы движенія (Кинематика точки) . . . . 2 р.

„ 2-я. Основные законы силъ (Динамика точки) . . . . . . 2 р.

съ 11 таблицами чертежей.

Спб. 1886. Цѣна за обѣ части 4 руб.

КУРСЪ ГЕОГРАФІИ

Гуте и Вагнеръ

ВНѢ-ЕВРОПЕЙСКІЯ СТРАНЫ. ВЫПУСКЪ I-й.

АВСТРАЛІЯ.

Перевели съ нѣмецкаго

И. Красовскій и А. Пальшау.

Кіевъ. 1887. Цѣна 40 коп.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ — И — ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый въ г. Кіевѣ съ начала 188$^{6}/_{7}$ учебнаго года при участіи иногородныхъ и мѣстныхъ сотрудниковъ подъ редакціею кандидата физико-математическихъ наукъ Э. К. Шпачинскаго, выходитъ брошюрами отъ 1-го до 1$^{1}/_{2}$ печ. листа **три раза въ мѣсяцъ по 12 №№ въ каждый уч. семестръ**.

ЦѢНА СЪ ДОСТАВКОЙ И ПЕРЕСЫЛКОЙ

Три рубля за каждый семестръ (полугодіе).

Подписка принимается въ Редакціи (Кіевъ, Нижне-Владимірская № 19) и въ книжныхъ магазинахъ, которые удерживаютъ 5% подписной суммы.

Подписка не принимается менѣе чѣмъ на одинъ семестръ.

Отдѣльными номерами Вѣстникъ Опытн. Физики и Эл. Мат. не продается.

Лица, подписавшіяся въ теченіе семестра получаютъ всѣ номера, вышедшіе съ начала семестра.

Учебныя заведенія и служащіе въ таковыхъ при своевременномъ заявленіи о высылкѣ журнала въ кредитъ могутъ вносить деньги когда угодно въ продолженіе всего учебнаго года.

Лица, желающія получать изъ редакціи счета и квитанціи на 5 руб. и болѣе, благоволятъ прилагать 5 коп. марку.

За помѣщеніе на послѣднихъ страницахъ частныхъ объявленій о журналахъ, книгахъ, физическихъ приборахъ, учебныхъ пособіяхъ и проч. редакція взымаетъ 1-й разъ: за цѣлую страницу—4 руб., за $^{1}/_{2}$ стр.—2 руб. за $^{1}/_{4}$ страницы—1 руб,; при повтореніи взымается всякій разъ половинная плата.

Редакція принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ, а также посредничество въ пріобрѣтеніи какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ спеціальныхъ физико-математическихъ книгъ и журналовъ.

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ

имѣются для продажи слѣдующія книги:

1. Томъ I-й „Журнала Элемент. Матем." за 188$^{4}/_{5}$ учеб. годъ, 18 №№ цѣна 4 руб.
2. Томъ II-й „ „ „ „ 188$^{5}/_{6}$ „ „ „ „ „ 4 „
3. Рѣчь Споттусвуда „О связи матем. съ другими науками" переводъ Н. А. Конопацкаго 1885. Изд. Кам.-Под. Гимн. цѣна 35 коп.
4. „Электрическіе Аккумуляторы. Сост. Эр. Шпачинскій 1886. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 50 коп.
5. „Основы Ариѳметики Е. Коссака", Пер. И. Н. Красовскаго 1885. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 50 коп.
6. Рѣчь Клаузіуса: „Связь между великими дѣятелями природы". Пер. И. Н. Красовскаго 1885. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 20 коп.
7. „Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ", рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-й ст. Бріо. Пер. И. Н. Красовскаго 1886. Изд. Журн. Эл. Матем. цѣна 40 коп.
8. „Элекричество" К. Максуэлля. Въ элементарной обработкѣ. Переводъ подъ ред. Проф. М. П. Авенаріуса. Кіевъ. 1886, цѣна 1 р. 50 коп.

За пересылку прилагается 10% означен. цѣны.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 11 Декабря 1886 года.

Тип. Е. Т. Керерь, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.